

2ª fase **exame discursivo** 13/12/2009

matemática

caderno de prova

Este caderno, com dezesseis páginas numeradas sequencialmente, contém dez questões de Matemática.

Não abra o caderno antes de receber autorização.

instruções

1. Verifique se você recebeu mais dois cadernos de prova.
2. Verifique se seu nome, seu número de inscrição e seu número do documento de identidade estão corretos nas sobrecapas dos três cadernos.

Se houver algum erro, notifique o fiscal.

3. Destaque, das sobrecapas, os comprovantes que têm seu nome e leve-os com você.
4. Ao receber autorização para abrir os cadernos, verifique se a impressão, a paginação e a numeração das questões estão corretas.

Se houver algum erro, notifique o fiscal.

5. Todas as respostas e o desenvolvimento das soluções, quando necessário, deverão ser apresentados nos espaços apropriados, com caneta azul ou preta.

Não serão consideradas as questões respondidas fora desses locais.

informações gerais

O tempo disponível para fazer as provas é de cinco horas. Nada mais poderá ser registrado após o término desse prazo.

Ao terminar, entregue **os três cadernos** ao fiscal.

Será eliminado do Vestibular Estadual 2010 o candidato que, durante as provas, utilizar máquinas de calcular, relógios digitais, aparelhos de reprodução de som ou imagem com ou sem fones de ouvido, telefones celulares ou fontes de consulta de qualquer espécie.

Será também eliminado o candidato que se ausentar da sala levando consigo qualquer material de prova.

boa prova!



01

Duas empresas, A e B, farão doações mensais a uma creche. A tabela abaixo mostra os valores, em reais, dos depósitos iniciais, a serem realizados nos cinco primeiros meses de 2010.

Empresas	janeiro	fevereiro	março	abril	maio
A	12.000,00	11.400,00	10.800,00	10.200,00	9.600,00
B	300,00	600,00	900,00	1.200,00	1.500,00

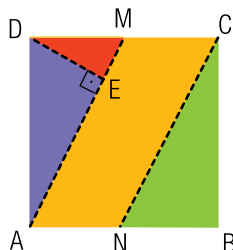
A diferença entre os valores depositados pelas empresas entre dois meses subsequentes será mantida constante ao longo de um determinado período.

Determine o mês e o ano desse período em que o valor mensal do depósito da empresa A será igual ao da empresa B.

desenvolvimento e resposta:

02

Observe a figura abaixo, que representa um quadrado ABCD, de papel, no qual M e N são os pontos médios de dois de seus lados. Esse quadrado foi dividido em quatro partes para formar um jogo.



O jogo consiste em montar, com todas essas partes, um retângulo cuja base seja maior que a altura. O retângulo PQRS, mostrado a seguir, resolve o problema proposto no jogo.



Calcule a razão $\frac{\overline{PS}}{\overline{PQ}}$.

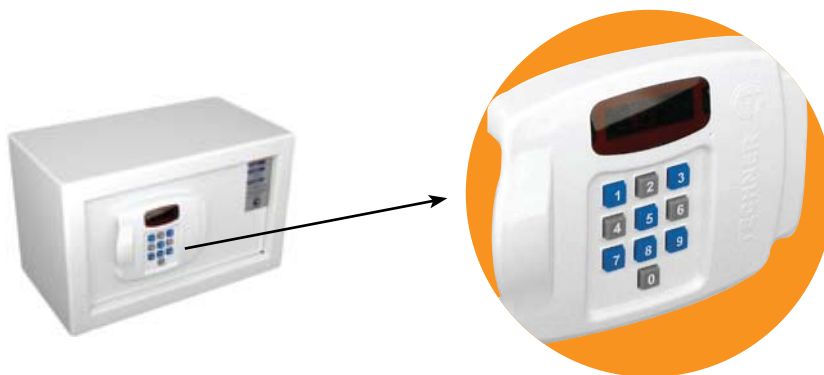
desenvolvimento e resposta:

03

Um cofre eletrônico possui um painel com dez teclas numéricas e pode ser aberto por meio da digitação, em qualquer ordem, de três teclas distintas dentre seis habilitadas previamente pelo fabricante.

Considere n o número máximo de conjuntos distintos de três teclas que abrem o cofre.

Na figura em destaque, as teclas azuis representam as habilitadas previamente.



Se o fabricante reduzisse para cinco o número de teclas habilitadas, haveria entre elas um total de m conjuntos distintos de três teclas distintas para abrir o cofre.

Calcule o valor de $n - m$.

desenvolvimento e resposta:

04

Uma criança guarda moedas de R\$ 1,00 e de R\$ 0,50 em duas caixas, uma verde e outra amarela. Na caixa amarela, há, exatamente, 12 moedas de R\$ 1,00 e 15 moedas de R\$ 0,50.

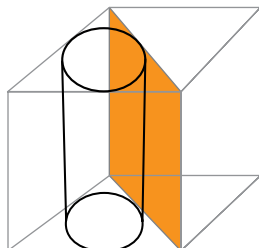
Admita que, após a transferência de n moedas de R\$ 1,00 da caixa verde para a amarela, a probabilidade de se retirar ao acaso uma moeda de R\$ 1,00 da caixa amarela seja igual a 50%.

Calcule o valor de n .

desenvolvimento e resposta:

05

Uma caixa cúbica foi dividida em duas partes por um plano que contém duas diagonais de faces opostas da caixa. Uma das partes acomoda, sem folga, uma lata com a forma de um cilindro circular reto, conforme ilustrado abaixo.



Desprezando as espessuras dos materiais utilizados na lata, na caixa e na divisória, calcule a razão entre o volume do cilindro e o da caixa.

desenvolvimento e resposta:

06

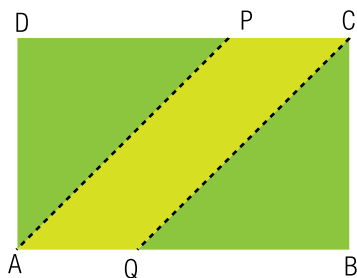
Sejam a e b dois números reais positivos e A , G e H , respectivamente, as médias aritmética, geométrica e harmônica desses dois números. Admita que $a > b$ e que a sequência (A, G, H) seja uma progressão geométrica de razão $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Determine $\frac{a}{b}$.

desenvolvimento e resposta:

07

Um terreno retangular tem 800 m de perímetro e será dividido pelos segmentos \overline{PA} e \overline{CQ} em três partes, como mostra a figura.



Admita que os segmentos de reta \overline{PA} e \overline{CQ} estão contidos nas bissetrizes de dois ângulos retos do terreno e que a área do paralelogramo $PAQC$ tem medida S .

Determine o maior valor, em m^2 , que S pode assumir.

desenvolvimento e resposta:

08

Ao final de um campeonato de futebol, foram premiados todos os jogadores que marcaram 13, 14 ou 15 gols cada um. O número total de gols realizados pelos premiados foi igual a 125 e, desses atletas, apenas cinco marcaram mais de 13 gols.

Calcule o número de atletas que fizeram 15 gols.

desenvolvimento e resposta:

09

Suponha que x e y são números reais positivos que apresentam logaritmos com bases diferentes, conforme as igualdades a seguir:

$$\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y)$$

Calcule a razão $\frac{y}{x}$.

desenvolvimento e resposta:

10

As seis soluções da equação $z^6 + z^3 + 1 = 0$ são números complexos que possuem módulos iguais e argumentos distintos.

O argumento θ , em radianos, de uma dessas soluções pertence ao intervalo $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

Determine a medida de θ .

desenvolvimento e resposta:

