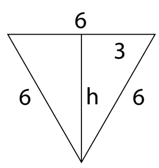
VESTIBULAR ESTADUAL 2024

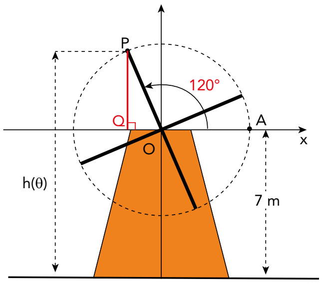
03/12/2023

MATEMÁTICA

PADRÃO DE RESPOSTAS

(VALOR POR QUESTÃO: 2,00 PONTOS)

Questão	Resposta
1	$M = \dfrac{30+25+25+35+25+25+20+35+25+25+15+15}{12} = 25$
2	Considere que: o nº de porções de 100 g de $\begin{cases} \text{pão} = x \\ \text{fruta} = y \\ \text{iogurte} = z \end{cases}$ $\begin{cases} 8x + 4z = 16 & \text{(I)} \\ 60x + 20y + 2z = 124 & \text{(II)} \\ 4x + 3z = 10 & \text{(III)} \end{cases}$ Usando (I) e (II): $\begin{cases} 8x + 4z = 16 \\ 4x + 3z = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + z = 4 \\ 4x + 3z = 10 \end{cases}$ $z = 4 - 2x \rightarrow 4x + 3(4 - 2x) = 10$ $4x + 12 - 6x = 10 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1 \rightarrow$ porção de pão $z = 4 - 2 \cdot 1 = 4 - 2 = 2$ $\quad z = 2 \rightarrow$ porção de iogurte Substituindo em II: $60 \cdot 1 + 20y + 2 \cdot 2 = 124 \rightarrow 60 + 20y + 4 = 124$ $20y = 60 \rightarrow y = 3 \rightarrow$ porção de fruta
3	Área do círculo: $\pi 6^2 = 36\pi$ m^2 Lado do hexágono = raio $h^2 + 3^2 = 6^2$ $h^2 = 36 - 9 \rightarrow h = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$  Área do triângulo equilátero = $\dfrac{6 \times 3\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ m^2 Área do hexágono = $6 \times 9\sqrt{3}$ m^2 = $54\sqrt{3}$ m^2 Área círculo – Área hexágono = $36\pi - 54 \times \sqrt{3} = 36\pi - 54\sqrt{3} = 18(2\pi - 3\sqrt{3})$ m^2 Área da região destacada = $\dfrac{18(2\pi - 3\sqrt{3})}{6} = 3(2\pi - 3\sqrt{3})$ m^2

<table>
<tr><td>4</td><td>

No esquema dado, traçado PQ perpendicular ao eixo x, a altura do ponto P é igual a:
$h(120^{\circ}) = 7 + \overline{PQ}$

O triângulo OPQ é retângulo com hipotenusa OP, que mede 4 metros, sendo
$P\hat{O}Q = 180^{\circ} - 120^{\circ} = 60^{\circ}$.

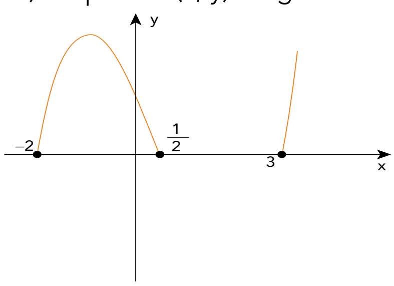
O cateto oposto a esse ângulo mede $\overline{PQ} = \overline{OP}\cdot \text{sen } 60^{\circ} \therefore \overline{PQ} = 4\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ m
Logo, a altura do ponto P é $h(120^{\circ}) = 7 + 2\sqrt{3}$ m.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Aplicação Alfa: $M = C + J = 2.000 + 2.000\cdot\frac{12}{100}\cdot 5 = 3.200$

Aplicação Beta: $Y = 3.200 + x$ de modo que $1.050 = Y[(1,1)^2 - 1] \rightarrow 1.050 = Y[0,21] \rightarrow$
$Y = \frac{1.050}{0,21} = 5.000$

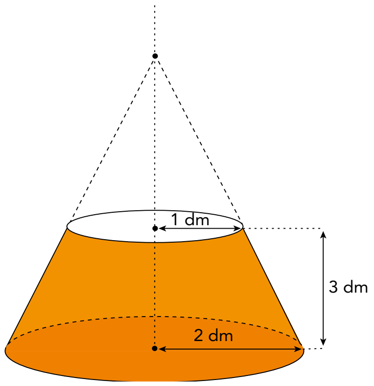
Então, $x = 5.000 - 3.200 = 1.800$.</td></tr>
<tr><td>6</td><td>1º) As raízes são os valores de x tais que $P(x) = 0$.

Logo, $P(x) = (x - 3)(2x^2 + 3x - 2) = 0$
$\begin{cases} x - 3 = 0 \therefore x = 3 \\ \text{ou} \\ 2x^2 + 3x - 2 = 0 \therefore x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\cdot 2\cdot(-2)}}{2.2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases} \end{cases}$

As raízes de P(x) são 3, $\frac{1}{2}$ e -2.

2º) Os pontos (x, y) do gráfico da função para os quais $y = P(x) \geq 0$ estão ilustrados na figura a seguir.


Assim, os valores de x que são soluções de $P(x) \geq 0$ são $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ ou $x \geq 3$.</td></tr>
</table>

7	1º) No momento inicial x = 0, havia um único contaminado, isto é, y = 1. Logo, $1 = 46 - k \cdot 3^{-0,1 \times 0} \Rightarrow 1 = 46 - k \Rightarrow k = 45$ 2º) No momento x_1, havia 31 alunos contaminados, isto é, y = 31. Logo, $31 = 46 - 45 \cdot 3^{-0,1x_1} \Rightarrow -15 = -45 \cdot 3^{-0,1x_1} \Rightarrow \frac{1}{3} = 3^{-0,1x_1} \Rightarrow 0,1x_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 10$
8	 O volume do tronco de cone é igual ao volume V do cone maior de altura 3 + x menos o volume v do cone menor de altura x. Como esses dois cones são semelhantes, a razão das suas alturas é igual a razão dos seus lados: $\frac{x}{3 + x} = \frac{1}{2} \therefore 2x = 3 + x \therefore x = 3$ Assim, as alturas do cone menor e do maior medem, respectivamente, 3 dm e 6 dm. Como o volume do cone é igual a $\frac{1}{3} \times$ (área da base) $\times$ (altura), o volume desse tronco é: $V = \frac{1}{3} \times (\pi \cdot 2^2) \times 6$ $v = \frac{1}{3} \times (\pi \cdot 1^2) \times 3$ $V - v = \frac{1}{3} \times (\pi \cdot 2^2) \times 6 - \frac{1}{3} \times (\pi \cdot 1^2) \times 3 \therefore V - v = 8\pi - \pi = 7\pi \text{ dm}^3$ Substituindo o valor de π, o volume do tronco é igual a $V - v = 7 . \frac{22}{7} = 22 \text{ dm}^3$, ou seja, 22 litros.

<table>
<tr><td>9</td><td>

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots > 95\%.$ 1L

$S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1} \rightarrow S_n > \frac{95}{100}$

$\frac{\frac{1}{2}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1\right)}{-\frac{1}{2}} > \frac{95}{100} \rightarrow -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1 > \frac{95}{100} \rightarrow -\left(\frac{1}{2}\right)^n > -\frac{5}{100}$

$\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^n > \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{5}{100}\right)$

$n > \frac{\log 5 - \log 100}{\log 1 - \log}$

$n > \frac{\log 10 - \log 2 - \log 10^2}{-\log 2}$

$n > \frac{1 - 0{,}3 - 2}{-0{,}3}$

$n > \frac{-1{,}3}{-0{,}3}$

$n > \frac{13}{3} \rightarrow n > 4{,}333\ldots \rightarrow n = 5$

</td></tr>
<tr><td>10</td><td>

A probabilidade é o número de casos favoráveis, com a ocorrência de apenas dois números iguais dividido pelo número total de casos possíveis.
Considere que as pessoas são A, B, C e D.
Como cada pessoa tem cinco escolhas, o número total de escolhas das quatro pessoas é:
$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

Para encerrar o sorteio, duas entre as quatro devem escolher o mesmo número, e isso pode ocorrer em:

$C_4^2 = \frac{4 \times 3}{2!} = 6$ casos: AB, AC, AD, BC, BD e DE.

Digamos que A e B escolhem o mesmo número. Então, A tem cinco escolhas, B tem apenas uma, C e D têm, respectivamente, quatro e três escolhas. Pelo princípio multiplicativo, há $5 \times 1 \times 4 \times 3 = 60$ modos de essas duas pessoas ganharem o presente.
Assim, o número de modos de os presentes serem distribuídos no primeiro sorteio é $6 \times 60 = 360$.

A probabilidade de isso ocorrer é $P = \frac{360}{625} = \frac{72}{125}$.

</td></tr>
</table>