



# EXAME DISCURSIVO 2ª FASE

30/11/2014

# MATEMÁTICA

## CADERNO DE PROVA

Este caderno, com dezesseis páginas numeradas sequencialmente, contém dez questões de Matemática.

**Não abra o caderno antes de receber autorização.**

## INSTRUÇÕES

1. Verifique se você recebeu mais dois cadernos de prova.
2. Verifique se seu nome, seu número de inscrição e seu número do documento de identidade estão corretos nas sobrecapas dos três cadernos.

**Se houver algum erro, notifique o fiscal.**

3. Destaque, das sobrecapas, os comprovantes que têm seu nome e leve-os com você.
4. Ao receber autorização para abrir os cadernos, verifique se a impressão, a paginação e a numeração das questões estão corretas.

**Se houver algum erro, notifique o fiscal.**

5. Todas as respostas e o desenvolvimento das soluções, quando necessário, deverão ser apresentados nos espaços apropriados, com caneta azul ou preta de corpo transparente.

Não serão consideradas as questões respondidas fora desses espaços.

## INFORMAÇÕES GERAIS

O tempo disponível para fazer as provas é de cinco horas. Nada mais poderá ser registrado após o término desse prazo.

Ao terminar, entregue os três cadernos ao fiscal.

Nas salas de prova, não será permitido aos candidatos portar arma de fogo, fumar, usar relógio, óculos escuros ou boné, chapéu, viseira ou gorro de qualquer tipo, bem como utilizar lápis, canetas de material não transparente, corretores ortográficos líquidos ou similares.

Será eliminado do Vestibular Estadual 2015 o candidato que, durante a prova, utilizar qualquer instrumento de cálculo e/ou qualquer meio de obtenção de informações, eletrônicos ou não, tais como calculadoras, agendas, computadores, rádios, telefones, receptores, livros e anotações.

Será também eliminado o candidato que se ausentar da sala levando consigo qualquer material de prova.

**BOA PROVA!**



01

O cartão pré-pago de um usuário do metrô tem R\$8,90 de crédito. Para uma viagem, foi debitado desse cartão o valor de R\$ 3,25, correspondente a uma passagem. Em seguida, o usuário creditou mais R\$ 20,00 nesse mesmo cartão.

Admitindo que o preço da passagem continue o mesmo, e que não será realizado mais crédito algum, determine o número máximo de passagens que ainda podem ser debitadas desse cartão.

Desenvolvimento e resposta:

02

Leia a tirinha:



Suponha que existam exatamente 700 milhões de analfabetos no mundo e que esse número seja reduzido, a uma taxa constante, em 10% ao ano, totalizando  $n$  milhões daqui a três anos.

Calcule o valor de  $n$ .

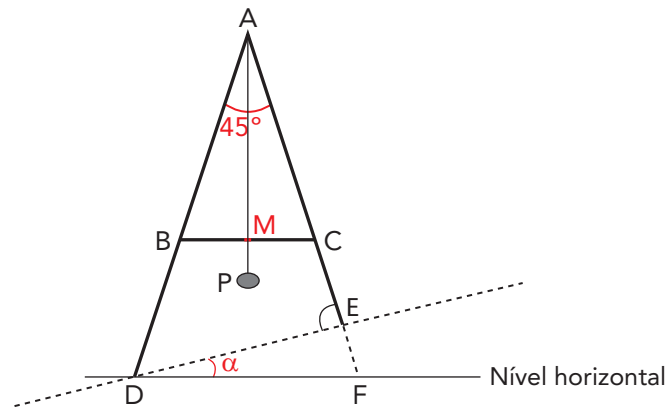
Desenvolvimento e resposta:

03

Uma ferramenta utilizada na construção de uma rampa é composta pela seguinte estrutura:

- duas varas de madeira, correspondentes aos segmentos  $AE$  e  $AD$ , que possuem comprimentos diferentes e formam o ângulo  $\widehat{D\hat{A}E}$  igual a  $45^\circ$ ;
- uma travessa, correspondente ao segmento  $BC$ , que une as duas varas e possui uma marca em seu ponto médio  $M$ ;
- um fio fixado no vértice  $A$  e amarrado a uma pedra  $P$  na outra extremidade;
- nesse conjunto, os segmentos  $AB$  e  $AC$  são congruentes.

Observe o esquema que representa essa estrutura:



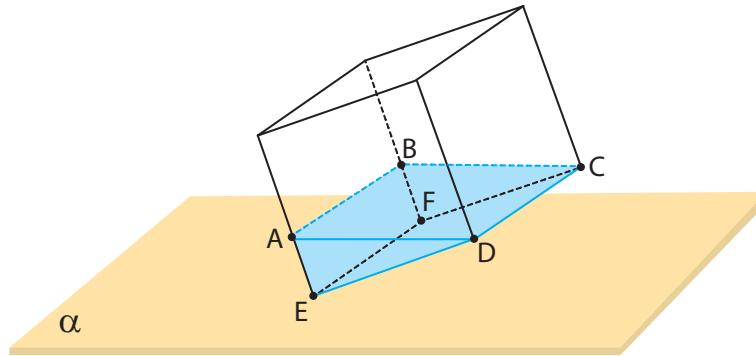
Quando o fio passa pelo ponto  $M$ , a travessa  $BC$  fica na posição horizontal. Com isso, obtém-se, na reta que liga os pontos  $D$  e  $E$ , a inclinação  $\alpha$  desejada.

Calcule  $\alpha$ , supondo que o ângulo  $\widehat{A\hat{E}D}$  mede  $85^\circ$ .

Desenvolvimento e resposta:

04

Um cubo de aresta  $EF$  medindo  $8\text{ dm}$  contém água e está apoiado sobre um plano  $\alpha$  de modo que apenas a aresta  $EF$  esteja contida nesse plano. A figura abaixo representa o cubo com a água.



Considere que a superfície livre do líquido no interior do cubo seja um retângulo  $ABCD$  com área igual a  $32\sqrt{5}\text{ dm}^2$ .

Determine o volume total, em  $\text{dm}^3$ , de água contida nesse cubo.

Desenvolvimento e resposta:

05

Em uma escola circulam dois jornais: *Correio do Grêmio* e *O Estudante*. Em relação à leitura desses jornais, por parte dos 840 alunos da escola, sabe-se que:

- 10% não leem esses jornais;
- 520 leem o jornal *O Estudante*;
- 440 leem o jornal *Correio do Grêmio*.

Calcule o número total de alunos do colégio que leem os dois jornais.

Desenvolvimento e resposta:

06

Ao digitar corretamente a expressão  $\log_{10}(-2)$  em uma calculadora, o retorno obtido no visor corresponde a uma mensagem de erro, uma vez que esse logaritmo não é um número real.

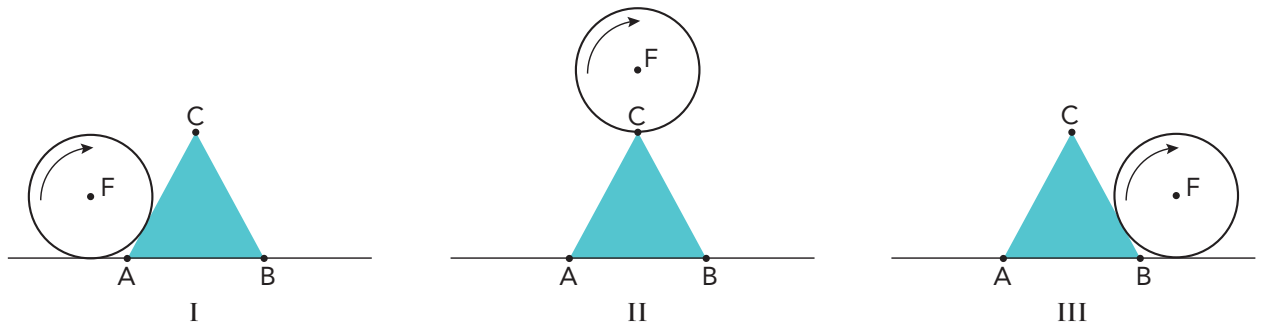
Determine todos os valores reais de  $x$  para que o valor da expressão  $\log_{0,1}(\log_{10}(\log_{0,1}(x)))$  seja um número real.

Desenvolvimento e resposta:



07

Um tubo cilíndrico cuja base tem centro  $F$  e raio  $r$  rola sem deslizar sobre um obstáculo com a forma de um prisma triangular regular. As vistas das bases do cilindro e do prisma são mostradas em três etapas desse movimento, I, II e III, nas figuras a seguir.



Admita que:

- as medidas do diâmetro do círculo de centro  $F$  e da altura do triângulo  $ABC$  são respectivamente iguais a  $2\sqrt{3}$  decímetros;
- durante todo o percurso, o círculo e o triângulo sempre se tangenciam.

Determine o comprimento total, em decímetros, do caminho descrito pelo centro  $F$  do círculo que representa a base do cilindro.

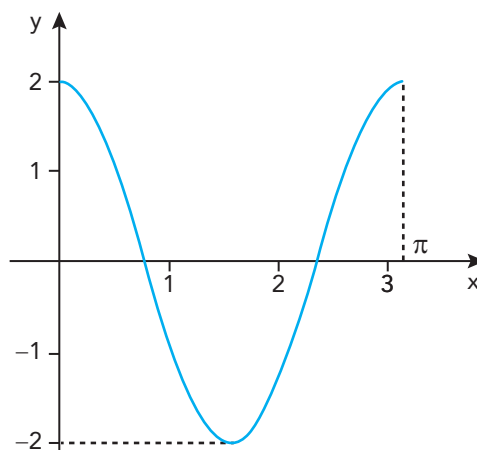
Desenvolvimento e resposta:

08

Considere a função real  $f$ , de variável real  $x$ , definida pelo seguinte determinante:

$$f(x) = \begin{vmatrix} 2\cos(x) & 2 \\ 1 & 2\cos(x) \end{vmatrix} \quad \text{para } 0 \leq x \leq \pi$$

Observe o gráfico da função  $f$ .

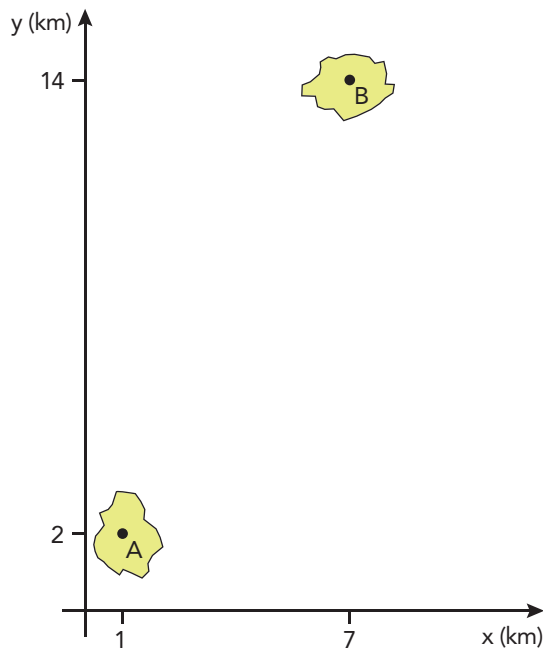


Determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = 1$ .

Desenvolvimento e resposta:

09

Uma ferrovia foi planejada para conter um trecho retilíneo cujos pontos são equidistantes dos centros A e B de dois municípios. Em seu projeto de construção, utilizou-se o plano cartesiano, com coordenadas em quilômetros, em que  $A = (1, 2)$  e  $B = (7, 14)$ . Observe o gráfico:

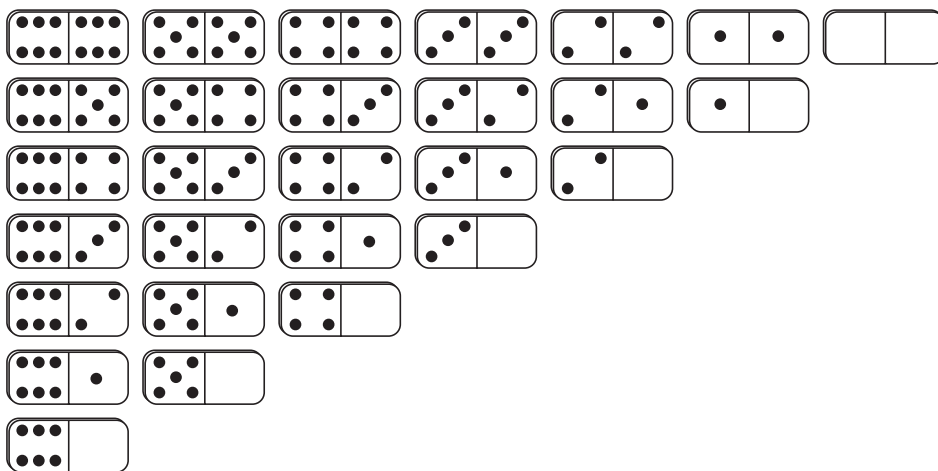


Determine, utilizando esse sistema referencial, a equação da reta suporte desse trecho retilíneo da ferrovia.

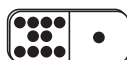
Desenvolvimento e resposta:

10

Cada uma das 28 peças do jogo de dominó convencional, ilustradas abaixo, contêm dois números, de zero a seis, indicados por pequenos círculos ou, no caso do zero, por sua ausência.



Admita um novo tipo de dominó, semelhante ao convencional, no qual os dois números de cada peça variem de zero a dez. Observe o desenho de uma dessas peças:



Considere que uma peça seja retirada ao acaso do novo dominó. Calcule a probabilidade de essa peça apresentar um número seis ou um número nove.

Desenvolvimento e resposta:







